

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Министерство образования Иркутской области**

**Управление образования администрации Ангарского городского округа**

**МБОУ "СОШ №10"**



**Утверждаю:**

Директор МБОУ СОШ №10

Жигалова Л.М.

5.09.2024 г.

**Согласовано:**

Зам. директора по НМР

Толмачева М.Г.

5.09.2024 г.

**Рассмотрено на заседании МО**

Протокол № 1 от 4.09.2024 г.

Руководитель МО

Кондакова Е.В.

фамилия, инициалы

подпись

**Рабочая программа**

**«Нестандартные задачи основанные на теории чисел»**

**7-9класса**

(интеллектуальный уровень, количество часов: 1 час в неделю, всего 34 часа)

**на 2024-2025 учебный год**

**Учителя высшей квалификационной категории**

**Либинчан Е.Н.**

**Шварева Л.В.**

**Малыгина Т.В.**

## Пояснительная записка

Программа разработана на основании программы «Нестандартные задачи, основанные на теории чисел» автора Мельниковой М.И., учителя математики, г. Иркутск

Количество учебных часов, на которые рассчитана программа:

	7 класс	8 класс	9 класс	Всего
Количество учебных недель	34	34	34	102
Количество часов в неделю	1 ч/нед	1 ч/нед	1 ч/нед	
Количество часов в год	34	34	34	102

Уровень подготовки учащихся - базовый.

Место предмета в учебном плане – часть, формируемая участниками образовательных отношений.

### Планируемые результаты учебного курса.

#### В направлении *личностного развития*:

- Сформированность ответственного отношения к учению;
- уважительного отношения к труду;
- Осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению

#### В направлении *метапредметного развития*:

- Умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач.

Обучающийся сможет:

- определять необходимые действие(я) в соответствии с учебной и познавательной задачей и составлять алгоритм их выполнения;
- обосновывать и осуществлять выбор наиболее эффективных способов решения учебных и познавательных задач;
- определять/находить, в том числе из предложенных вариантов, условия для выполнения учебной и познавательной задачи;
- критически относиться к собственному мнению, с достоинством признавать ошибочность своего мнения (если оно таково) и корректировать его;
- предлагать альтернативное решение в конфликтной ситуации;
- выделять общую точку зрения в дискуссии;
- договариваться о правилах и вопросах для обсуждения в соответствии с поставленной перед группой задачей.

### Предметные результаты

#### Раздел 1 *Натуральные числа*

В данном разделе рассматриваются только натуральные числа. Т.е. числа 1, 2, 3, ... Занятия этого раздела создают основу для самостоятельного получения теоретических фактов и решения задач, относящимся к другим темам. Содержание раздела направлено на формирование представления о единстве методов, применяемых в различных областях математики. Поэтому задачи на занятия подбираются так, чтобы они охватывали как можно больше областей применения общих принципов. Многие идеи, такие как: разумно организованный перебор, анализ с конца, принцип Дирихле, - могут быть успешно освоены школьниками в 7 классе и в дальнейшем используются как инструмент. Решение задач на отыскание закономерностей, исследование алгоритмов, поиск инварианта стимулирует творческое начало, позволяет школьникам почувствовать атмосферу научного исследования.

## **Раздел 2** *Элементы теории делимости целых чисел*

Темы данного раздела составляют темы более близкие к теории чисел: делимость, арифметика остатков, сравнения и их свойства, решение уравнений в целых числах. Основная теорема арифметики вводится в 7 классе без доказательства. Рассматриваются доказательства неограниченности ряда простых чисел по Евклиду и по Эйлеру. Теоретический материал включает основные положения арифметики остатков, свойства сравнений, лемму Вильсона, малую теорему Ферма, китайскую теорему об остатках, понятие полной системы вычетов, теорему Эйлера. Рассматриваются способы решения линейных и нелинейных диофантовых уравнений. В качестве исследовательских задач предлагаются задачи на исследование тестов простоты простых чисел, отыскание общего вида пифагоровых троек, исследование совершенных чисел, чисел Фибоначчи.

Кроме того, рассматриваются особенности десятичной записи чисел, природа признаков делимости, другие системы счисления. На занятиях по этим темам школьники усваивают различие между свойствами числа самого по себе и его записью в той или иной форме.

## **Раздел 3** *Уравнения и неравенства в натуральных и целых числах*

Этот раздел посвящен одному из наиболее интересных разделов теории чисел, а именно, решение уравнений в целых числах.

Решение в целых числах алгебраических уравнений с целыми коэффициентами более чем с одним неизвестным представляет собой одну из труднейших проблем теории чисел. Проблема решения уравнений в целых числах решена до конца только для уравнений второй степени с двумя неизвестными. Для уравнений любой степени с одним неизвестным она может быть решена с помощью конечного числа проб.

Для уравнений выше второй степени с двумя и более неизвестными весьма трудна не только задача нахождения всех решений в целых числах. Но даже и более простая задача установления существования конечного или бесконечного множества таких решений. Эти задачи и другие предлагаются в качестве исследовательских задач.

К задаче решения в целых числах диофантовых уравнений тесно примыкает задача отыскания всех рациональных решений подобных уравнений. Она сама по себе довольно сложна и выделяется в отдельный самостоятельный раздел математики. Несмотря на то, что рассмотрение теоретических и практических аспектов решения этой задачи выходит за рамки школьной программы, я посчитала нужным затронуть (на примерах) те идеи, которые позволяют найти в рациональных числах все решения диофантовых уравнений второго порядка от двух переменных. Эта задача так же предлагается в качестве исследовательской задачи.

В данный раздел касаемся спецификации задач на доказательство и решение неравенств в целых числах. Эта специфика, порожденная дискретностью неизвестного, проявляется весьма интересно и разнообразно. На занятиях рассматривается математическая индукция как метод решения неравенств, метод перебора и проблема его организации, «старый и добрый» метод интервалов, неравенства с несколькими неизвестными.

## **Раздел 4** *Системы уравнений и неравенств в натуральных и целых числах*

Занятия данного раздела посвящены системам уравнений и неравенств в целых числах. При решении систем уравнений и неравенств в целых числах соображения делимости, методы разложения на множители и перебора используются в полном объеме. Для систем организация разумного перебора будет еще более существенной. Новым моментом становится то, что для систем с двумя неизвестными (неважно, уравнений или неравенств) весьма полезным оказывается графическая интерпретация. На занятиях рассматриваются методы: разложения на множители, организация перебора, применение графиков

На занятиях рассматриваются задачи с параметрами и целые числа: задачи, в которых либо неизвестные, либо параметры (либо и то, и другое) принимают целочисленные значения. Как правило, такие задачи являются весьма сложными, хотя есть и исключения. Задачи с натуральными и целочисленными параметрами. Отбор параметров. Условия принадлежности

параметрам множествам натуральных либо целых чисел порождают и методы решения таких задач. Рассматриваются различные задачи с целыми числами на квадратный трехчлен. Казалось бы, нет ничего более традиционного для школьной математики, чем задачи с квадратным трехчленом. Однако введение параметра плюс требование целочисленности решения позволяет создавать оригинальные и трудные задачи даже на таком материале. В системах с целочисленными параметрами проблема отбора значений параметра (по сравнению со случаем одного уравнения) значительно усложняется. По существу, организация отбора значений параметра начинает играть ключевую роль.

### **Раздел 5 Рациональные числа**

В данном разделе рассматриваются свойства числовых дробей. Сократимые и несократимые дроби. Теоретический материал этого раздела включает: Определения. Основное свойство дроби. Правильные, неправильные и смешанные дроби. Сократимость и несократимость дробей. Представление рациональных чисел десятичными дробями. Определения различных десятичных дробей. Перевод обыкновенных дробей в десятичные и наоборот. На занятиях решаются разные задачи с рациональными числами: преобразование произведений и сумм, уравнения в рациональных числах, приближения рациональными числами.

Занятия этого раздела создают основу для самостоятельного получения теоретических фактов и решения задач, относящимся к другим темам.

### **Раздел 6 Иррациональные числа**

Данный раздел посвящен иррациональным числам. Теоретический материал этого раздела включает: Определения и основные утверждения. Арифметические операции и операции извлечения корня. Доказательство иррациональности некоторых чисел: примеры из радикалов. Задачи, решаемые при помощи соображений делимости. Примеры из логарифмов. Доказательство иррациональности значений тригонометрических функций. На занятиях решаются разные задачи с иррациональностью: доказательство непериодичности функций, нестандартные тригонометрические уравнения, нестандартные задачи с квадратными уравнениями.

Занятия этого раздела создают основу для самостоятельного получения теоретических фактов и решения задач, относящимся к другим темам.

### **Методы математики**

- Используя изученные методы, проводить доказательство, выполнять опровержение;
- выбирать изученные методы и их комбинации для решения математических задач;
- использовать математические знания для описания закономерностей в окружающей действительности и произведениях искусства;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач.

#### **Оперировать понятиями:**

- определение, теорема, аксиома, множество, характеристики множества, элемент множества, пустое, конечное и бесконечное множество, подмножество, принадлежность, включение, равенство множеств;
- изображать множества и отношение множеств с помощью кругов Эйлера;
- определять принадлежность элемента множеству, объединению и пересечению множеств;
- задавать множество с помощью перечисления элементов, словесного описания;
- оперировать понятиями: высказывание, истинность и ложность высказывания, отрицание высказываний, операции над высказываниями: и, или, не, условные высказывания (импликации);
- строить высказывания, отрицания высказываний.



**7 класс (34 часа)**

№ п/п	Наименование темы	Кол-во часов
1	<b><i>Натуральные числа</i></b> Восстановление знаков действий. Задачи на запись натуральных чисел с помощью определенных цифр. Восстановление цифр натуральных чисел. Задачи на сложение, вычитание, умножение. Задачи на деление. Числовые ребусы. Задачи на восстановление записи числа. Другие задачи, связанные с обозначением цифр буквами. Четные и нечетные числа. Четная или нечетная сумма. Четное или нечетное произведение. Проверка на четность. Олимпиадные задачи. Перестановка и зачеркивание цифр в натуральном числе. Последние цифры натурального числа.	14
2	<b><i>Элементы теории делимости целых чисел</i></b> Определение и простейшие свойства целых чисел. Признаки делимости. Решение нестандартных задач на делимость. Деление с остатком. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.	20

**8 класс (34 часа)**

№ п/п	Наименование темы	Кол-во часов
1	<b><i>Натуральные числа</i></b> Введение в натуральные числа. Решение конкурсных задач арифметики натуральных чисел. Делимость. Задачи на делимость, связанные с разложением натуральных чисел на простые множители. Задачи на применение признаков делимости. Делимость суммы, разности, произведения, частного. Простые и составные числа. Решение опорных задач, связанных с простыми числами.	
	Каноническое разложение натуральных чисел.	16
2	<b><i>Элементы теории делимости целых чисел</i></b> Задачи на делимость. Задачи на доказательство делимости. Задачи на алгебраические дроби, связанные с делимостью. Задачи на многочлены, связанные с делимостью. Уравнения первой степени с двумя неизвестными в целых числах. Уравнения второй степени с двумя неизвестными в целых числах. Уравнения с несколькими неизвестными в натуральных числах. Неравенства в целых числах. Текстовые задачи. Методы решений. Разные задачи с целыми числами. Фокусы на угадывание неизвестных натуральных чисел. Задачи на числовые таблицы.	18

**9 класс (34 часа)**

№ п/п	Наименование темы	Кол-во часов
-------	-------------------	--------------

<b>1</b>	<b>Элементы теории делимости целых чисел</b> Определение и простейшие свойства делимости. Деление целых чисел с остатком. Определение и теорема о делении с остатком. Правила действий с остатками. Принцип Дирихле. Признаки делимости. Решение задач, основанные на рассмотрении остатков. Простые числа. Определение. Простейшие свойства простых чисел. Арифметика остатков: сравнения по данному модулю. Определение и основные свойства сравнений. Признаки делимости целых чисел и сравнения: теорема Вильсона. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное. Каноническое разложение натуральных чисел.	<b>22</b>
<b>2</b>	<b>Уравнения в натуральных и целых числах</b> Диофантовы уравнения первой степени. Нелинейные диофантовы уравнения. Методы решений нелинейных уравнений в целых и натуральных числах.	<b>12</b>

## ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

### 7 класс

№ урока	Наименование темы	Количество часов
<b>1 Натуральные числа</b>		<b>14</b>
1	Восстановление знаков действий	1
2	Задачи на запись натуральных чисел с помощью определенных цифр	1
3	Восстановление цифр натуральных чисел. Задачи на сложение, вычитание, умножение	1
4	Восстановление цифр натуральных чисел. Задачи на деление	1
5	Числовые ребусы. Задачи на восстановление записи числа	1
6	Числовые ребусы. Другие задачи, связанные с обозначением цифр буквами	1
7	Четные и нечетные числа. Четная или нечетная сумма	1
8	Четные и нечетные числа. Четное или нечетное произведение	1
9	Четные и нечетные числа. Проверка на четность	1
10	Четные и нечетные числа. Решение олимпиадных задач	1
11	Перестановка и зачеркивание цифр в натуральном числе	1
12	Перестановка и зачеркивание цифр в натуральном числе	1
13	Последние цифры натурального числа	1
14	Самостоятельная работа. Решение задач по всей теме	1
<b>2 Элементы теории делимости целых чисел</b>		<b>20</b>
15	Определение и простейшие свойства целых чисел	1
16	Простейшие свойства целых чисел	1
17	Простейшие свойства целых чисел. Решение задач	1
18	Простейшие свойства целых чисел. Решение олимпиадных задач	1
19	Признаки делимости	1
20	Признаки делимости. Решение задач на делимость	1
21	Признаки делимости. Решение задач на делимость	1
22	Признаки делимости. Решение олимпиадных задач на делимость	1
23	Решение нестандартных задач на делимость	1
24	Решение нестандартных задач на делимость	1
25	Решение нестандартных задач на делимость	1
26	Решение нестандартных задач на делимость	1
27	Деление с остатком	1

28	Деление с остатком	1
29	Деление с остатком	1
30	Деление с остатком	1
31	Наибольший общий делитель	1
32	Наименьшее общее кратное	1
33	Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное	1
34	Самостоятельная работа «Элементы теории делимости целых чисел»	1

### 8 класс

№ урока	Наименование темы	Количество часов
<b>1 Натуральные числа</b>		<b>16</b>
1	Введение в натуральные числа	1
2	Введение в натуральные числа. Решение конкурсных задач арифметики натуральных чисел	1
3	Делимость целых чисел. Задачи на делимость, связанные с разложением натуральных чисел на простые множители	1
4	Задачи на делимость. Задачи на применение признаков делимости	1
5	Делимость суммы, разности, произведения, частного	1
6	Делимость суммы, разности, произведения, частного	1
7	Простые и составные числа	1
8	Простые и составные числа. Решение опорных задач, связанных с простыми числами	1
9	Основная теорема арифметики	1
10	Бесконечность множества простых чисел.	1
11	НОД, способы нахождения	1
12	НОД и НОК, способы их нахождения	1
13	Взаимно простые числа	1
14	Взаимно простые числа. Решение задач	1
15	Каноническое разложение натуральных чисел	1
16	Самостоятельная работа. Натуральные числа	1
<b>2 Элементы теории делимости целых чисел</b>		<b>18</b>
17	Задачи на делимость. Задачи на доказательство делимости	1
18	Методы решения задач на делимость	1
19	Задачи на алгебраические дроби, связанные с делимостью	1
20	Задачи на многочлены, связанные с делимостью	1
21	Уравнения первой степени с двумя неизвестными в целых числах	1
22	Приемы решения уравнений первой степени с двумя неизвестными в целых числах	1
23	Решение олимпиадных задач: уравнений первой степени с двумя неизвестными в целых числах	1

24	Решение конкурсных задач: уравнений первой степени с двумя неизвестными в целых числах	1
25	Уравнения второй степени с двумя неизвестными в целых числах	1
26	Уравнения второй степени с двумя неизвестными в целых числах	1
27	Уравнения с несколькими неизвестными в натуральных числах	1
28	Уравнения с несколькими неизвестными в натуральных числах	1
29	Неравенства в целых числах	1
30	Неравенства в целых числах. Текстовые задачи	1
31	Неравенства в целых числах. Методы решений	1
32	Разные задачи с целыми числами. Фокусы на угадывание неизвестных натуральных чисел	1
33	Разные задачи с целыми числами. Задачи на числовые таблицы	1
34	Самостоятельная работа. Элементы теории делимости	1

### 9 класс

№ урока	Наименование темы	Количество часов
<b><i>1 Элементы теории делимости целых чисел</i></b>		<b>22</b>
1	Определение и простейшие свойства делимости	1
2	Определение и простейшие свойства делимости	1
3	Деление целых чисел с остатком. Определение и теорема о делении с остатком	1
4	Деление целых чисел с остатком. Правила действий с остатками. Принцип Дирихле	1
5	Деление целых чисел с остатком. Правила действий с остатками. Признаки делимости	1
6	Деление целых чисел с остатком. Решение задач. Основанные на рассмотрении остатков	1
7	Простые числа. Определение. Простейшие свойства простых чисел	1
8	Простые числа. Распределение простых чисел во множестве натуральных чисел	1
9	Простые числа. Тесты простоты	1
10	Простые числа. Решение задач на свойства простых чисел	1
11	Арифметика остатков: сравнения по данному модулю. Определение и основные свойства сравнений	1
12	Арифметика остатков: решение задач. Признаки делимости целых чисел и сравнения: теорема Вильсона	1
13	Арифметика остатков: решение олимпиадных задач	1
14	Арифметика остатков: решение конкурсных задач	1
15	Наибольший общий делитель	1
16	Наибольший общий делитель. Решение задач	1
17	Наименьшее общее кратное	1

18	Наименьшее общее кратное. Решение задач	1
19	Каноническое разложение натуральных чисел	1
20	Каноническое разложение натуральных чисел. Решение задач	1
21	Контрольная работа. Элементы теории делимости	1
22	Контрольная работа. Элементы теории делимости	1
<b>2 Уравнения в натуральных и целых числах</b>		<b>12</b>
23	Диофантовы уравнения первого порядка с двумя неизвестными	1
24	Основные определения и теоремы. Метод рассмотрения остатков от деления	1
25	Метод последовательного уменьшения по модулю коэффициентов при неизвестных	1
26	Задачи с диофантовыми уравнениями первого порядка	1
27	Нелинейные диофантовы уравнения. Диофантовы уравнения второго и высших порядков. Типы уравнений второго порядка. Приемы решения.	1
28	Уравнений в целых числах второго и высших порядков. Соображения делимости, основная теорема арифметики	1
29	НОД и НОК двух чисел. Метод разложения на множители	1
30	Метод решения уравнения относительно одного из неизвестных. Нестандартные решения уравнений.	1
31	Методы решений нелинейных уравнений в целых и натуральных числах	1
32	Методы решений нелинейных уравнений в целых и натуральных числах	1
33	Контрольная работа. Уравнения в натуральных и целых числах	1
34	Контрольная работа. Уравнения в натуральных и целых числах	1